$\Rightarrow 0{,}8 \le 2N+1 \le 1{,}6$ ή $-0{,}1 \le N \le 0{,}3 \rightsquigarrow N=0$

άρα $f=(2N+1)500Hz \rightarrow f=500Hz$

γ) $\left.\begin{array}{l}(\Pi_1 A-0{,}34)-\Pi_2 A = \kappa'\lambda \\ (\Pi_1 A-0{,}34-x)-\Pi_2 A=(\kappa'-1)\lambda=\kappa'\lambda-\lambda\end{array}\right\}$ αφαίρεση κατά μέλη

$x=\lambda$ ή $x=\frac{v}{f}$ ή $x=\frac{340m/s}{500Hz}$ ή $x=0{,}68m$

13. Στάσιμα κύματα.

13.5.10 (Λ,Λ,Σ,Σ) 13.5.11 (Λ,Λ,Σ,Σ) 13.5.12 (Σ,Σ,Σ,Σ)

13.5.13 (Σ,Λ,Λ,Σ) 13.5.14 (Σ,Λ,Λ,Λ) 13.5.15 A(Λ,Λ,Σ,Λ) B(Λ,Λ,Λ,Σ)

13.5.16 A(Σ,Λ,Λ,Λ) − B(Λ,Λ,Λ,Σ) 13.5.17 (Λ,Λ,Λ,Σ)

13.5.18 (Λ,Λ,Σ,Σ) 13.5.19 (Λ,Σ,Σ,Σ) 13.5.20 (Λ,Λ,Σ,Λ)

13.5.21 βλ. θεωρία

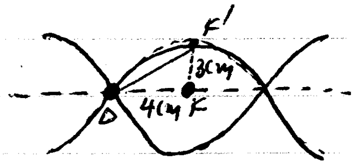
13.5.22 A) πλάτος κοιλίας $A_\kappa=2A=3cm$, μήκος διαδρομής κοιλίας $S_\kappa=4A_\kappa=12cm$
Σωστή η πρόταση (δ)

B) $\Delta y_{max}=2A_\kappa=6cm$ (κοιλία)

Γ) Σωστή η πρόταση Γ.2 (κοιλίες)

13.5.23 $\omega=100\pi \Rightarrow f=50Hz$

$\frac{2\pi x}{\lambda}=\frac{\pi x}{8} \Rightarrow \lambda=16cm \Rightarrow \lambda/4=4cm$



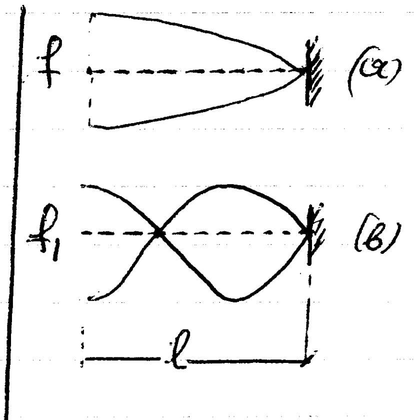
A) $\Delta x_{\Delta\kappa}=\frac{\lambda}{4}=4cm$.
Σωστή η πρόταση (γ)

B) Προσοχή(!) $S_{max}=(\kappa'\Delta)$

$\left.\begin{array}{l}(\kappa\kappa')=A_\kappa=2A=3cm \\ (\Delta\kappa)=4cm\end{array}\right\}$ $\kappa'\Delta=\sqrt{\kappa\kappa'^2+\Delta\kappa^2} \Rightarrow S_{max}=(\kappa'\Delta)=5cm$

Σωστή η πρόταση (γ)

13.5.24



περίπτωση (α): $\left.\begin{array}{l}\ell=\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda=4\ell \\ v=\lambda f \Rightarrow f=\frac{v}{\lambda}\end{array}\right\} \Rightarrow f=\frac{v}{4\ell}$ (1)

περίπτωση (β): $\left.\begin{array}{l}\ell=3\frac{\lambda_1}{4} \text{ ή } \lambda_1=\frac{4\ell}{3} \\ f_1=\frac{v}{\lambda_1}\end{array}\right\} \Rightarrow f_1=\frac{3v}{4\ell}$ (2)

(1),(2) $\Rightarrow f_1=3f$. Σωστή η πρόταση (β)

13.5.25. (βλ. 13.4.8)

Πρέπει $\ell = (2k+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \ell = (2k+1)\frac{v}{4f} \Rightarrow f = (2k+1)\frac{v}{4\ell} \Rightarrow f = (2k+1)f_0$

δηλαδή για να δημιουργηθούν στάσιμα κύματα πρέπει να έχουμε συχνότητα περιττό πολ/σια της θεμελιώδους συχνότητας $f_0 = \frac{v}{4\ell}$.

A) Αν διπλασιάσουμε την συχνότητα $f = (2k+1)f_0$ παίρνουμε $f' = 2(2k+1)f_0$ = άρτιο πολ/σιο του f_0, άρα δεν μπορεί να έχουμε στάσιμο κύμα για την συχνότητα αυτή.

B) Αν τριπλασιάσουμε την συχνότητα $f = (2k+1)f_0$ παίρνουμε $f'' = 3(2k+1)f_0$ που είναι περιττό πολ/σιο του f_0, άρα έχουμε στάσιμο κύμα.

Άρα σωστή η πρόταση (B)

13.5.26 A. Σωστή η πρόταση A.1 (τριπλασιάζεται)

$v_{max} = \omega A_k = 2\pi f A_k$, v_{max}, f ανάλογα

B) Σωστή η πρόταση B.3 (υποτριπλασιάζεται)

$\Delta x = \frac{\lambda}{2} = \frac{v/f}{2} = \frac{v}{2f}$

Γ) Σωστή η πρόταση Γ.3 . (εννεαπλασιάζεται)

$E = \frac{1}{2}DA_k^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A_k^2 = \frac{1}{2}m(2\pi f)^2 A_k^2 \ldots$

13.5.27

1ο στάσιμο κύμα: $\frac{2\pi x}{30} = \frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 30cm \Rightarrow \Delta x_k = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta x_k = 15cm$

$$v_{max} = \omega A_k = 10\pi \cdot 7 = 70\pi\ cm/s$$

2ο στάσιμο κύμα: $\frac{2\pi x}{10} = \frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 10cm \Rightarrow \Delta x_k = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta x_k = 5cm$

$$v_{max} = \omega A_k = 30\pi \cdot 2 = 60\pi\ cm/s$$

3ο στάσιμο κύμα: $\frac{2\pi x}{50} = \frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 50cm \Rightarrow \Delta x_k = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta x_k = 25cm$

$v_{max} = \omega A_k = 50\pi \cdot 1 = 50\pi\ cm/s$ ..., άρα

A) $\Delta x_{k,max} = 25cm$ — 3ο στάσιμο κύμα

B) $v_{max} = 70\pi\ cm/s$ — 1ο στάσιμο κύμα

13.5.28. Σωστή η πρόταση (β)

$x_M = x_\delta \pm \frac{\lambda}{12} = (2k+1)\frac{\lambda}{4} \pm \frac{\lambda}{12} = 2k\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} \pm \frac{\lambda}{12}$

$A_M = \left|2A\,\text{συν}\,2\pi\frac{x_M}{\lambda}\right| = \left|2A\,\text{συν}\,2\pi\frac{2k\lambda/4 + \lambda/4 \pm \lambda/12}{\lambda}\right| = \left|2A\,\text{συν}\left(k\pi + \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{6}\right)\right|$

$\Rightarrow A_M = \left|2A\,\text{συν}\left(\frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{6}\right)\right| \Rightarrow A_M = \left|2A\,\eta\mu\left(\pi \pm \frac{\pi}{6}\right)\right| = \left|-2A\,\eta\mu\left(\pm\frac{\pi}{6}\right)\right|$

$\Rightarrow A_M = A = \frac{2A}{2} \Rightarrow A_M = \frac{A_k}{2}$

13.5.29. Σωστή η πρόταση (β)

$E_M = \frac{1}{4}E_{κοιλ} \Rightarrow \frac{1}{2}DA_M^2 = \frac{1}{4}\,\frac{1}{2}DA_k^2 \Rightarrow A_M = \frac{A_k}{2} = \frac{2A}{2} \Rightarrow A_M = A.$

$A_M = \left|2A\,\text{συν}\,2\pi\frac{x_M}{\lambda}\right| = A \Rightarrow \text{συν}\,2\pi\frac{x_M}{\lambda} = \pm\frac{1}{2} \Rightarrow 2\pi\frac{x_M}{\lambda} = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x_M = k\frac{\lambda}{2} \pm \frac{\lambda}{6}$

$\Rightarrow x_M = x_{κοιλίας} \pm \frac{\lambda}{6}$

13.5.30 Λάθος ισχυρισμός· τα κύματα δεν μπορεί να αναπτύσσονται στην ίδια χορδή διότι τότε έπρεπε τα τρέχοντα κύματα να έχουν την ίδια ταχύτητα διάδοσης.

<u>1ο στάσιμο κύμα</u>: $\frac{2\pi x}{20} = \frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 20\,m$, $\omega = 30\pi \Rightarrow f = 15\,Hz$ $\Big\} \Rightarrow \upsilon_1 = \lambda f = 300\,m/s$

<u>2ο στάσιμο κύμα</u>: $\frac{2\pi x}{6} = \frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 6\,m$, $\omega = 50\pi \Rightarrow f = 25\,Hz$ $\Big\} \Rightarrow \upsilon_2 = \lambda f = 150\,m/s$

Παρατηρούμε ότι $\upsilon_1 \neq \upsilon_2$ άρα δεν μπορεί να αναπτύσσονται στην ίδια χορδή.

15.5.31. Α) Τα σημεία Μ που έχουν συντεταγμένη $x_M = x_k \pm \Delta x$ ή $x_M = k\frac{\lambda}{2} \pm \Delta x$ είναι σε συμμετρική ως προς κάθε κοιλία θέσης και έχουν εξίσωση

$y_M = 2A\,\text{συν}\left(2\pi\frac{x_M}{\lambda}\right)\eta\mu(\omega t) = 2A\,\text{συν}\left(2\pi\frac{k\lambda/2 \pm \Delta x}{\lambda}\right)\eta\mu(\omega t)$

$\Rightarrow y_M = 2A\,\text{συν}\left(2k\pi \pm 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}\right)\eta\mu(\omega t) \Rightarrow y_M = 2A\,\text{συν}\frac{2\pi\cdot\Delta x}{\lambda}\eta\mu(\omega t)$

δηλ. τα σημεία αυτά έχουν την ίδια φάση $\varphi_M = \omega t$

Β) Τα σημεία που έχουν συντεταγμένη $x = x_\delta \pm \Delta x$ ή $x=(2k+1)\frac{\lambda}{4} \pm \Delta x$ είναι σε συμμετρικές ως προς κάποιον δεσμό θέσεις

$$\psi = 2A\,συν\frac{2\pi x}{\lambda}\,ημ(\omega t) = 2A\,συν\left[2\pi\frac{(2k+1)\frac{\lambda}{4}\pm\Delta x}{\lambda}\right]ημ(\omega t)$$

$$\Rightarrow \psi = 2A\,συν\left(k\pi+\frac{\pi}{2}\pm 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}\right)ημ(\omega t) \xrightarrow[k=περ]{έστω}$$

$$\psi = 2A\,συν\left(\frac{\pi}{2}\pm 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}\right)ημ(\omega t) \Rightarrow \psi = 2A\,ημ\left(\pi\pm 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}\right)ημ(\omega t)$$

$\Rightarrow \psi = -2A\,ημ\left(\pm 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}\right)ημ(\omega t)$ απ' όπου

- $\psi_M = -2A\,ημ\left(2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}\right)ημ(\omega t) \Rightarrow \psi_M = 2A\,ημ\left(2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}\right)ημ(\omega t+\pi)$
- $\psi_N = -2A\,ημ\left(-2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}\right)ημ(\omega t) \Rightarrow \psi_N = 2A\,ημ\left(2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}\right)ημ(\omega t)$

άρα $\varphi_M = \omega t+\pi$ και $\varphi_N = \omega t$

13.5.32 Α) Τόσο στο σημείο αυτό όσο και στον τοίχο έχουμε δεσμό, άρα $\Delta x = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 8cm = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 16cm$

Β.) $x_\delta = k\frac{\lambda}{2} = k\frac{16}{2} = 8k\ cm \quad (k=0,1,2,3,\dots)$

(Προσοχή! απόσταση δεσμού από δεσμό.)

13.5.33. $A_M = A_N = \dots = A$

α - Σωστό, β - σωστό, γ - λάθος, δ - λάθος

$$A' = \left|2A\,συν\,2\pi\frac{x}{\lambda}\right| = \left|2A\,συν\left(2\pi\frac{k\frac{\lambda}{2}\pm\lambda/6}{\lambda}\right)\right| = \left|2A\,συν\left(k\pi\pm\frac{\pi}{3}\right)\right| = A$$

13.5.34 Α) Α.1 - σωστό, Α.2 - λάθος, Α.3 - λάθος

Β) ...απλό

Γ) Κανένα, κινούνται ταυτόχρονα

Δ) $\ell = \frac{\lambda}{4}+4\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \ell = \frac{9\lambda}{4}$ ή $\lambda = \frac{4\ell}{9} \Rightarrow \lambda = 20cm = 0,2m$

$v = \lambda f \Rightarrow 10 = 0,2 f \Rightarrow f = 50Hz$ και $\omega = 100\pi\ rad/s$

$$\psi_{στ} = 2A\,συν\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)ημ(\omega t) \Rightarrow \psi_{στ} = 0,2\,συν(10\pi x)\,ημ(100\pi t)\ (SI)$$

13.5.35. (βλέπε και 13.5.3)

α-σωστό, β-σωστό, γ-λάθος, δ-λάθος

13.5.36. Για το τρέχον κύμα $\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi\frac{\lambda/6}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$ rad

Για το στάσιμο κύμα:

- Αν τα Μ,Ν ανήκουν στην ίδια "άτρακτο" τότε $\Delta\varphi = 0$
- Αν τα Μ,Ν ανήκουν σε διαφορετικές ατράκτους τότε $\Delta\varphi = \pi$.

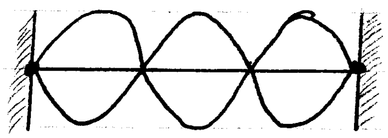
13.5.37 α-λάθος, β-λάθος, γ-λάθος, δ-σωστό, ε-λάθος, στ-λάθος.

13.5.38 Αρχικά (β) σχήμα) $\ell = 3\frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda_1 = \frac{2\ell}{3} \Rightarrow \frac{v}{f_1} = \frac{2\ell}{3} \Rightarrow f_1 = \frac{3v}{2\ell}$ (1)

Τελικά $\ell = 8\frac{\lambda_2}{2} = \frac{8}{2}\frac{v}{f_2} \Rightarrow f_2 = \frac{8v}{2\ell}$ (2)

(1),(2) $\frac{f_2}{f_1} = \frac{8v/2\ell}{3v/2\ell} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{8}{3}$ ή $f_2 = \frac{8}{3}f_1$



Άρα, σωστή η πρόταση (β).

13.5.39 A) $y = 2A\,\sigma\upsilon\nu(\frac{2\pi x}{\lambda})\,\eta\mu(\omega t)$, $y = 8\,\sigma\upsilon\nu(0{,}1\pi x)\,\eta\mu(100\pi t)$ (y, x σε cm)

α) $A = 4cm = 0{,}04m$, $\lambda = 20cm = 0{,}2m$, $f = 50Hz$, $v = \lambda f = 10m/s$

β) $y_1(x,t) = 0{,}04\,\eta\mu(100\pi t - 10\pi x)$ (SI)

$y_2(x,t) = 0{,}04\,\eta\mu(100\pi t - 10\pi x)$ (SI)

γ) $x = (2k+1)\frac{\lambda}{4} \xrightarrow[\text{θέση δεσμών}]{x=\ell=85cm} 85 = (2k+1)\frac{20}{4} \Rightarrow k = 8$

$\Rightarrow k = 0, 1, 2, \ldots, 8$ άρα δεσμοί εννιά $n = 9$

α) $y_M = 8\,\sigma\upsilon\nu(0{,}1\pi \cdot 22{,}5)\,\eta\mu(100\pi t) \Rightarrow y_M = 8\frac{\sqrt{2}}{2}\,\eta\mu(100\pi t)$

$\Rightarrow y_M(t) = 4\sqrt{2}\,\eta\mu(100\pi t)$ ($y \rightarrow cm$)

$A_M = 4\sqrt{2}$ cm

β) $y_M = 4\sqrt{2}\,\eta\mu(100\pi\frac{7}{400}) \Rightarrow y_M = -4$ cm

γ) $\left.\begin{array}{l} E_M = \frac{1}{2}DA_M^2 \\ E_{κοιλ} = \frac{1}{2}DA_K^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{E_M}{E_{κοιλ}} = \left(\frac{4\sqrt{2}}{8}\right)^2 = 0{,}5$ ποσοστό 50%

13.5.40 $f=4Hz \Rightarrow \omega=8\pi \frac{rad}{s}$, $\frac{\lambda}{2}=7cm \Rightarrow \lambda=14cm$, $A_{κοιλ}=2A=10cm \Rightarrow A=5cm$

α) $\psi_1(x,t)=Aημ(\omega t-\frac{2\pi x}{\lambda}) \Rightarrow \psi_1(x,t)=5ημ(8\pi t-\frac{2\pi x}{14}) \Rightarrow$

$$\left.\begin{aligned}\psi_1(x,t)&=5ημ(8\pi t-\frac{\pi x}{7})\\ \psi_2(x,t)&=5ημ(8\pi t+\frac{\pi x}{7})\end{aligned}\right\} \begin{aligned}&\psi, x \text{ σε cm}\\ &t \rightarrow s\end{aligned}$$

β1) $x_δ=(2k+1)\frac{\lambda}{4} \xrightarrow[k=10]{x_δ=\ell} \ell=(2\cdot10+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \ell=21\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \ell=73,5cm$

β2) Σ' ένα τέτοιο κύμα ο αριθμός των κοιλιών και δεσμών είναι ίδιος, άρα έχουμε 11 κοιλίες.

13.5.41 α)
$$\left.\begin{aligned}\psi&=4συν\frac{\pi x}{5}ημ(20\pi t)\\ \psi&=2Aσυν\frac{2\pi x}{\lambda}ημ(\omega t)\end{aligned}\right\} \begin{aligned}&A=2cm, \ \lambda=10cm\\ &\omega=20\pi \Rightarrow f=10Hz, \ υ=\lambda f=1m/s\end{aligned}$$

$\psi_1(x,t)=Aημ(\omega t-\frac{2\pi x}{\lambda}) \Rightarrow \psi_1(x,t)=2ημ(20\pi t-\frac{\pi x}{5})$ και

$\psi_2(x,t)=2ημ(20\pi t+\frac{\pi x}{5})$ $(x,\psi$ σε cm$)$

β) $x_δ=(2k+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \ell=(2k+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow 27,5=(2k+1)\frac{10}{4} \Rightarrow k=5$

δηλ $k=0,1,2,3,4,5$ άρα έξι (6) δεσμοί κ' έξι (6) κοιλίες

γ) $E_M=\frac{1}{4}E_{κοιλ} \Rightarrow \frac{1}{2}DA_M^2=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}DA_κ^2 \Rightarrow A_M=\frac{2A}{2}=A$ ... $x_M=x_{κοιλ}\pm\frac{\lambda}{6}$ ή

ή $x_M=k\frac{\lambda}{2}\pm\frac{\lambda}{6}$ ή $x_M=5k\pm\frac{5}{3}$ ή $x_M=\frac{15k\pm5}{3}$ cm (βλ. 13.5.3)

13.5.42.
$$\left.\begin{aligned}\psi&=5συν\frac{\pi x}{10}ημ(100\pi t)\\ \psi&=2Aσυν\frac{2\pi x}{\lambda}ημ(\omega t)\end{aligned}\right\} \begin{aligned}&A=2,5cm \quad \lambda=20cm \quad \omega=100\pi \Rightarrow f=50Hz\\ &υ=\lambda f=5m/s, \quad T=0,02s\end{aligned}$$

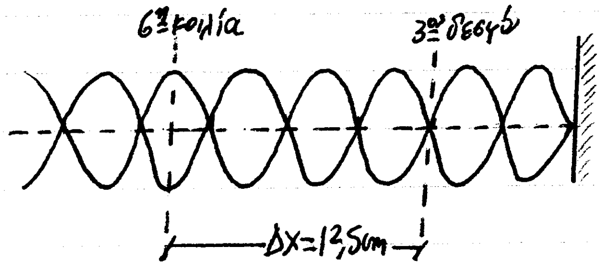
α) $T=0,02s$ β) $\lambda=20cm=0,2m$

γ) $\psi_M=5συν(\frac{\pi}{10}\cdot\frac{1000}{3})ημ(100\pi\frac{2,42}{12}) \Rightarrow \psi_M=5συν(33\pi+\frac{\pi}{3})ημ(20\pi+\frac{\pi}{6})$

$\Rightarrow \psi_M=-5(\frac{1}{2})\frac{1}{2} \rightarrow \psi_M=-1,25cm$

13.5.43. $\frac{\lambda}{2}=12cm \Rightarrow \lambda=24cm$, $\Delta x=\frac{\lambda}{12}=2cm$ (βλ. 13.5.3)

13.5.44.



Aα) Από το σχήμα φαίνεται ότι $\Delta x=\frac{\lambda}{4}+\frac{3\lambda}{2}=\frac{7\lambda}{4}=12,5$

$\Rightarrow \lambda=\frac{50}{7}cm$ ή $\lambda=\frac{0,5}{7}m$.

$υ=\lambda f$ ... $f=\frac{υ}{\lambda}=\frac{50}{0,5/7} \Rightarrow f=700Hz$

β) $x_\delta=(2k+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \ell=(2k+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow 62,5=(2k+1)\frac{50/7}{4} \Rightarrow k=17$

δηλ. $k=0,1,2,\dots,17$ άρα 18 δεσμοί και 18 κοιλίες

Β) α) 5 δεσμοί … $k=0,1,2,3,4$

$x_\delta=(2k+1)\frac{\lambda'}{4} \Rightarrow \ell=(2\cdot 4+1)\frac{\lambda'}{4} \Rightarrow 62,5=9\cdot\frac{\lambda'}{4} \Rightarrow \lambda'=\frac{250}{9}cm$

$\Rightarrow \lambda'=\frac{25}{9}m \Rightarrow f'=\frac{v}{\lambda'}=\frac{50 m/s}{\frac{25}{9}m} \Rightarrow f'=180 Hz$

β) Γενικά $\Rightarrow \ell=\frac{\lambda}{4}+k\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \ell=(2k+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \ell=(2k+1)\frac{v}{4f}$

$\Rightarrow f=(2k+1)\frac{v}{4\ell} \Rightarrow f=(2k+1)\frac{50}{4\cdot 0,625} \Rightarrow f=(2k+1)\cdot 20$ Hz

Άρα σ' αυτή τη χορδή στάσιμα κύματα έχουμε για συχνότητες που είναι όλα τα περιττά πολ/σια του 20Hz.

13.5.45 α) $\left.\begin{aligned} y&=8\sigma\upsilon\nu(\tfrac{\pi x}{5})\eta\mu(50\pi t) \\ y&=2A\sigma\upsilon\nu\tfrac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu(\omega t)\end{aligned}\right\}$ $2A=8cm \Rightarrow A=4cm$, $\lambda=10cm=0,1m$, $f=25Hz$, $v=\lambda f \Rightarrow v=2,5 m/s$, $T=0,04s$

β) $y_M=8\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{5}\cdot\frac{40}{3})\eta\mu(50\pi t) \Rightarrow y_M=-4\eta\mu(50\pi t)$ ($y \to cm$)

$\Rightarrow y_M=-4\eta\mu(50\pi\frac{7}{150}) \Rightarrow y_M=-2\sqrt{3}$ cm

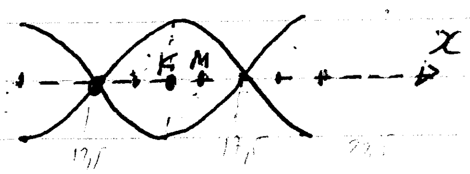
γ) (Προσοχή!) Η κοιλία που είναι στην ίδια "άτρακτο" με το Μ έχει πλάτος $A_K=8cm$ και την ΙΔΙΑ ΦΑΣΗ με το Μ

$y_M=-4\eta\mu(50\pi t)=4\eta\mu(50\pi t+\pi)$

$y_{\kappa o\iota\lambda}=8\eta\mu(50\pi t+\pi) \xrightarrow{t=7/150} y_{\kappa o\iota\lambda}=-8\eta\mu(50\pi\frac{7}{150})$

$\Rightarrow \dots\ y_{\kappa o\iota\lambda}=-4\sqrt{3}$ cm

δ) $x_N=x_M\pm 5=\frac{40}{3}\pm 5 \Rightarrow$



$\Rightarrow \begin{cases} x_N=\frac{55}{3}cm \\ x_N=\frac{25}{3}cm \end{cases}$

Για $x_N=\frac{55}{3}cm \sim y_N=8\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{5}\cdot\frac{55}{3})\eta\mu(50\pi t) \Rightarrow y_N=4\eta\mu(50\pi t) \xrightarrow{t=7/150}$

$\Rightarrow y_N=2\sqrt{3}$ cm. Όμοια για $x_N=\frac{25}{3}cm$ βρίσκουμε $y_N=2\sqrt{3}$ cm

ε) Τη $t=t_1$ $y_M=-2\sqrt{3}$ cm και $v_M=-100\pi<0$ … άρα η επόμενη μέγιστη ταχύτητα $v_{0,M}>0$

$u_M = u_0\,\sigma\upsilon\nu(50\pi t+\pi) \Rightarrow +u_0 = u_0\,\sigma\upsilon\nu(50\pi t+\pi) \Rightarrow \sigma\upsilon\nu(50\pi t+\pi)=+1$ ή

$\sigma\upsilon\nu(50\pi t) = -1 \Rightarrow 50\pi t = 2k\pi+\pi \Rightarrow t=\frac{2k+1}{50} > \frac{7}{150} \Rightarrow k > 4/6$

Για πρώτη φορά $k=1$ $\Rightarrow t=\frac{2\cdot 1+1}{50}$ ή $t=\frac{3}{50}$ s ή $t=\frac{9}{150}$ s

Άρα για πρώτη φορά μετά τη $t_1=\frac{7}{150}$ s το μέτρο της ταχύτητας γίνεται μέγιστο τη $t_2=\frac{9}{150}$ s δηλαδή ύστερα από $\Delta t=\frac{2}{150}$ s. —

13.5.46. $k\frac{\lambda}{2}=10$ ή $\lambda=\frac{20}{k}$ cm ή $\lambda=\frac{0,2}{k}$ m , $v=15$ m/s

$f=\frac{v}{\lambda} \Rightarrow f=\frac{15}{0,2/k}$ ή $f=75k \Rightarrow 250\le 75k\le 310$ ή $3,33\le k\le 4,66$

... άρα $k=4 \Rightarrow \underline{f=300\,Hz}$

13.5.47. Για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα πρέπει $\ell=(2k+1)\frac{\lambda}{4}$

... (δεσμοί $k+1$) $\rightarrow \ell=(2k+1)\frac{v}{4f}$ ή $f=(2k+1)\frac{v}{4\ell} \Rightarrow$

$\Rightarrow f=(2k+1)\frac{20}{4\cdot 0,8}$ ή $f=(2k+1)6,25$

$2k+1=\frac{f}{6,25} \Rightarrow 2k+1=0,16f$
$\Rightarrow k=0,08f-0,5$
$5\le k\le 7 \Rightarrow 5\le 0,08f-0,5\le 7$
$\Rightarrow 5,5\le 0,08f\le 7,5$

δεσμοί 6 $\Rightarrow k=5$

δεσμοί 8 $\Rightarrow k=7$

$\Rightarrow 68,75 \le f \le 93,75$

13.5.48. $y=10\,\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{5}\,\eta\mu(20\pi t)$
$y_{\sigma\tau}=2A\,\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\,\eta\mu(\omega t)$

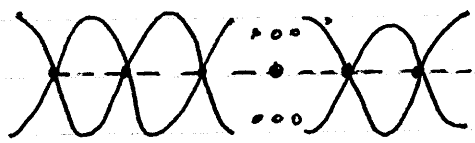
$2A=10 \Rightarrow A=5$ cm
$\lambda=10$ cm ή $\lambda=0,1$ m

$\omega=20\pi \Rightarrow f=10\,Hz \Rightarrow v=\lambda f=1$ m/s

α) δεσμοί 10, κοιλίες 11, $k=0,1,2,...,10$

$x_{\kappa o\iota\lambda}=k\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \ell=k\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \ell=10\frac{\lambda}{2}=5\cdot\lambda \Rightarrow \ell=0,5$ m



$\ell=k\frac{\lambda}{2}$

β) 7 δεσμοί, 8 κοιλίες

$\ell=7\frac{\lambda'}{2} \Rightarrow \lambda'=\frac{2\ell}{7} \Rightarrow \lambda'=\frac{1}{7}$ m

$f'=\frac{v}{\lambda'}=\frac{1}{1/7} \Rightarrow f'=7\,Hz$.

$$y = 2A\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda'}\right)\eta\mu(\omega' t) \Rightarrow y = 10\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{100/7}\right)\eta\mu(14\pi t) \rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 10\,\sigma\upsilon\nu\frac{7\pi x}{50}\eta\mu(14\pi t) \quad (y, x \text{ σε cm})$$

13.5.49. $y_1(x,t) = 2\eta\mu\left(10\pi t - \frac{5\pi x}{15}\right)$, $A = 2cm$, $f = 5Hz$, $\frac{5\pi x}{15} = \frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow$
$\Rightarrow \lambda = 6cm$, $v = \lambda f = 30 cm/s$ ή $v = 0{,}3\, m/s$

Εξίσωση στάσιμου κύματος: $y = 4\,\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{6}\eta\mu(10\pi t)$ ή
$y = 4\,\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{3}\eta\mu(10\pi t)$ $(x, y \to cm \quad t \to s)$

α) $x_\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{4} \xrightarrow{k=2} x_{3\delta} = 7{,}5cm$ — $x_k = k\frac{\lambda}{2} \xrightarrow{k=7} x_{8k} = 21cm$

β) $x_M = x_{3\delta} + 0{,}5 \Rightarrow x_M = 8cm$, $A_M = \left|4\,\sigma\upsilon\nu\frac{\pi 8}{3}\right| \Rightarrow A_M = 2cm$

γ) $v = \pm\omega\sqrt{A_N^2 - y_N^2} \Rightarrow v = \pm 10\pi\sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} \Rightarrow v = \pm 10\pi \cdot 2$ ή $v = 20\pi\frac{cm}{s}$.
$\Rightarrow v = \pm 0{,}2\pi\, m/s \Rightarrow v = \pm 0{,}628\, m/s$

δ) $y_\Lambda = 4\,\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi \cdot 19}{3}\right)\eta\mu(10\pi t) \Rightarrow y_\Lambda = 2\eta\mu(10\pi t) \xrightarrow{t=t_1} 1{,}2 = 2\eta\mu(10\pi t_1)$
$\Rightarrow \eta\mu(10\pi t_1) = 0{,}6$ και $\sigma\upsilon\nu(10\pi t_1) = \pm 0{,}8$

δ.1) $y_\Lambda = 2\eta\mu[10\pi(t_1 + 0{,}45)] \Rightarrow y_\Lambda = 2\eta\mu(10\pi t_1 + 4\pi + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow y_\Lambda = 2\sigma\upsilon\nu(10\pi t_1)$
$\Rightarrow y_\Lambda = 2 \cdot (\pm 0{,}8) \Rightarrow y_\Lambda = \pm 1{,}6cm$

δ.2) Η κοιλία αυτή έχει την <u>ΙΔΙΑ ΦΑΣΗ</u> με το Λ, άρα
$y_{κοιλ} = 4\eta\mu(10\pi t) \xrightarrow{t=t_1} y_{κοιλ} = 4 \cdot \eta\mu(10\pi t_1) \Rightarrow y_{κοιλ} = 2{,}4cm$

δ.3) $x_P = x_\Lambda + 3cm = (19+3) = 22cm$
$y_P = 4\,\sigma\upsilon\nu\frac{\pi \cdot 22}{3}\eta\mu(10\pi t) \Rightarrow y_P = -2\eta\mu(10\pi t) \xrightarrow{t=t_1} y_P = -2\eta\mu(10\pi t_1)$
$\Rightarrow y_P = -2 \cdot (0{,}6) \Rightarrow y_P = -1{,}2cm$.

13.5.50 Aα) $y = 4\eta\mu\left(500\pi t - \frac{\pi x}{12}\right)$, $A = 4cm$, $\omega = 500\pi\, rad/s$
$\Rightarrow f = 250Hz$, $\frac{\pi x}{12} = \frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 24cm = 0{,}24m$, $v = \lambda f \Rightarrow v = 60 m/s$

β) $y_M = 4\eta\mu\left(500\pi t - \frac{\pi \cdot 60}{12}\right) \Rightarrow y_M = 4\eta\mu(500\pi t - 5\pi) = -4\eta\mu(500\pi t)$
με $t \geq \frac{1}{100}s$

γ) $v_{M,max} = \omega A = 500\pi \cdot 4 = 2000\pi\frac{cm}{s} = 20\pi\, m/s$ ή $v_{M,max} = 62{,}8\, m/s$

Βα) $y' = 4\eta\mu\left(500\pi t + \frac{\pi x}{12}\right)$ $(x, y \to cm, t \to s)$

β) Εξίσωση στάσιμου κύματος $y = 2A\,\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu(\omega t) \Rightarrow$
$y = 8\,\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{12}\eta\mu(500\pi t)$ $(x, y \to cm, t \to s)$

$\psi_M = 8\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x_M}{12}\eta\mu(500\pi t) \Rightarrow \psi_M = 8\sigma\upsilon\nu\frac{\pi\cdot 60}{12}\eta\mu(500\pi t)$ ή $\psi_M = -8\eta\mu(500\pi t)$

$\Rightarrow \psi_M = 8\eta\mu(500\pi t+\pi)$

γ) $\upsilon_{max} = 500\pi\cdot 8 = 4000\pi$ cm/s ή $\upsilon_{max} = 40\pi$ m/s ή $\upsilon_{max} = 125,6$ m/s

δ) $x_k = k\lambda/2 \Rightarrow x_k = 12k$ $(k=0,\pm1,\pm2,\dots)$

$-50 \le x_k \le +50 \Rightarrow -50 \le 12k \le 50$ ή $-4,16 \le k \le 4,16$, άρα

$k = -4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4$ δηλ. έχουμε 9 κοιλίες.

13.5.51. $A=0,1m$ $f=5Hz$, $\lambda=0,4m$, $\upsilon=\lambda f=2,0$ m/s

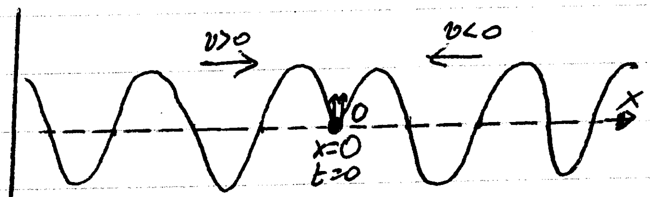
α) $\psi_1(x,t)=0,1\eta\mu(10\pi t-5\pi x)$, $\psi_2(x,t)=0,1\eta\mu(10\pi t+5\pi x)$

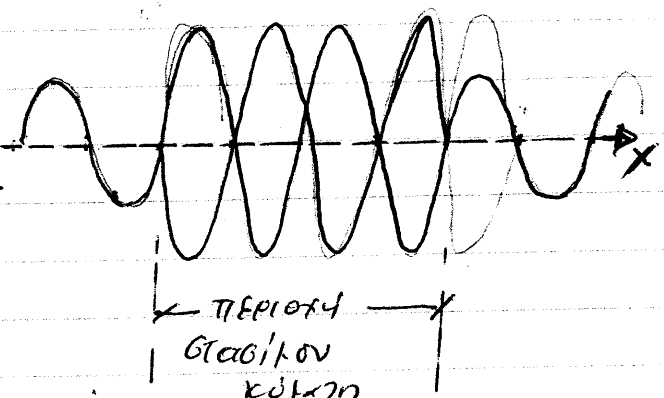
$\psi_{\sigma\tau}=0,2\sigma\upsilon\nu(5\pi x)\eta\mu(10\pi t)$

β) $x_\delta=(2k+1)\frac{\lambda}{4} \Rightarrow x_\delta=(2k+1)0,1$ ή $x_\delta=0,2k+0,1$
$x_k = k\frac{\lambda}{2}=0,2k \Rightarrow x_k=0,2k$ $\Big\}$ $k=0,\pm1,\pm2,\dots$

γ) Μέσα σε χρόνο t=2s το στάσιμο κύμα έχει σχηματισθεί εκατέρωθεν του O, όσο έχουν διαδοθεί τα δύο τρέχοντα κύματα σε χρόνο t=2s.

Σε χρόνο t=2s κάθε τρέχον κύμα έχει διαδοθεί κατά $|\Delta x|=\upsilon\cdot t=2\frac{m}{s}\cdot 2s = 4m$. Άρα στάσιμο κύμα την t=2s έχουμε χώρο στην περιοχή
$-4m \le x \le +4m$





$\Rightarrow -4 \le (2k+1)\cdot 0,1 \le 4$ ή

$\Rightarrow -40 \le 2k+1 \le 40$ ή ~~$-41\le 2k \le 39$~~

$\Rightarrow$ ~~$-10,5\le k\le 9,5$~~, άρα το k παίρνει τιμές

~~$k=-10,-9,\dots,-1,0,1,\dots,9$~~

δηλαδή 20 τιμές, δηλαδή λάθος

~~σε 2s έχουν σχηματισθεί 20 δεσμοί.~~

$-40 \le 2k+1 \le 40$

$-41 \le 2k \le 39$

$-20,5 \le k \le 19,5$

$k=-20,-19,\dots,-1,0,1,2,\dots,19$

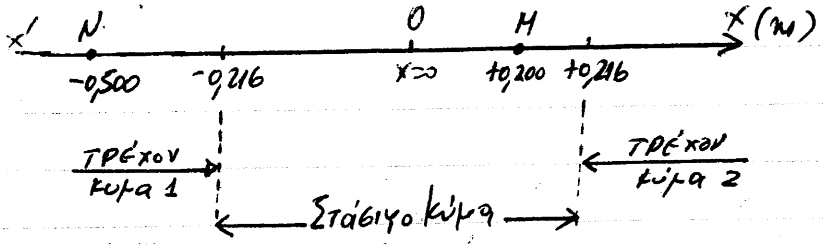
40 τιμές, 40 δεσμοί

13.5.52 $A=0{,}05m$ $\omega=2\pi f=20\pi\ rad/s$, $\lambda=\frac{v}{f}=0{,}2m$

α) $y_1(x,t)=0{,}05\eta\mu(20\pi t-10\pi x)$, $y_2(x,t)=0{,}05\eta\mu(20\pi t+10\pi x)$

$y_{\sigma\tau}=0{,}10\sigma\upsilon\nu(10\pi x)\eta\mu(20\pi t)$

β) Προσοχή!! Μέσα σε χρόνο $t=\frac{13}{120}s$ το στάσιμο κύμα έχει δημιουργηθεί εκατέρωθεν του Ο όσο έχουν προχωρήσει τα τρέχοντα κύματα. δηλ κατά $\Delta x=v\cdot\Delta t=2\cdot\frac{13}{120}\Rightarrow\Delta x=0{,}216m$, άρα την $t=\frac{13}{120}s$ στάσιμο κύμα έχουμε μόνο στην περιοχή $-0{,}216m\le x\le+0{,}216m$. Εκτός αυτής της περιοχής εκείνη τη στιγμή έχουμε μόνο τα τρέχοντα κύματα



Παρατηρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t=\frac{13}{120}s$ το σημείο Μ βρίσκεται στην περιοχή του στασίμου κύματος ενώ το Ν στην περιοχή του τρέχοντος κύματος (1)

Σημείο Μ. $y_M=0{,}10\sigma\upsilon\nu(10\pi\cdot0{,}2)\eta\mu(20\pi t)\Rightarrow y_M=0{,}10\eta\mu(20\pi t)$

$\xrightarrow{t=13/120}$ $y_M=0{,}10\eta\mu(20\pi\frac{13}{120})\Rightarrow y_M=+0{,}05m$

Σημείο Ν. $y_N(t)=0{,}05\eta\mu[20\pi t-10\pi\cdot(-0{,}5)]\Rightarrow y_N(t)=-0{,}05\eta\mu(20\pi t)$

$\xrightarrow{t=13/120}$ $y_N=-0{,}05\eta\mu(20\pi\frac{13}{120})\Rightarrow y_N=-0{,}025m$

γ) Οι θέσεις των δεσμών είναι $x_\delta=(2k+1)\frac{\lambda}{4}\Rightarrow x_\delta=(2k+1)0{,}05$

Για $k=0,1,2,3,\dots$ έχουμε δεσμούς με $x>0$

Για $k=-1,-2,-3,\dots$ έχουμε δεσμούς με $x<0$

Η θέση του 3ου δεσμού στον θετικό ημιάξονα είναι για $k=2$

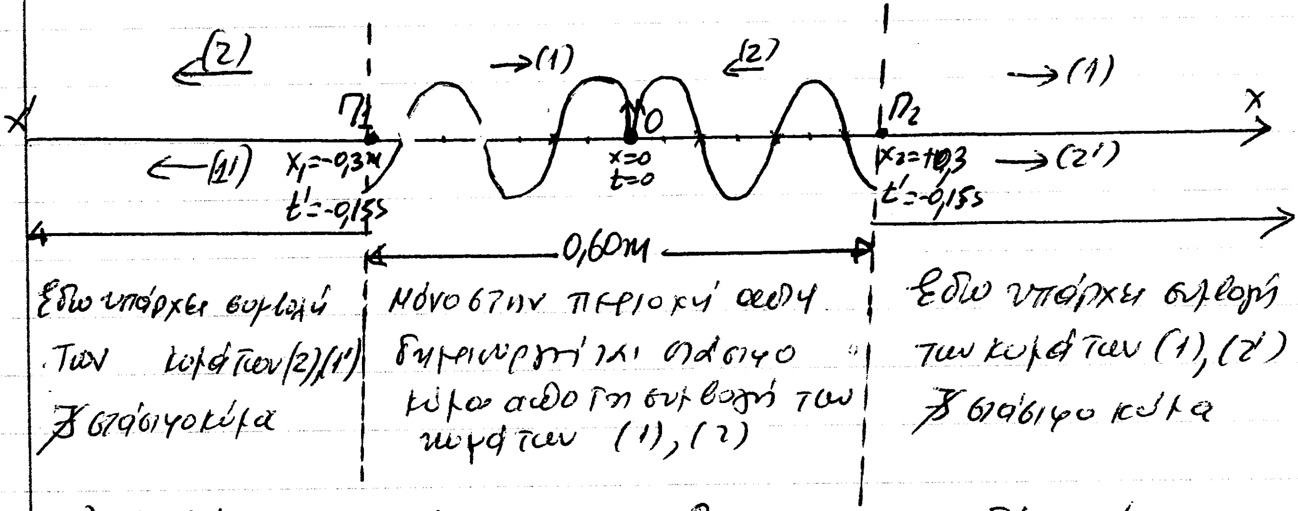
δηλ $x_{3\delta}=(2\cdot2+1)\Rightarrow x_{3\delta}=0{,}25m$

Η θέση του 4ου δεσμού στον αρνητικό ημιάξονα είναι για $k=-4$ δηλ $x_{4\delta}=(2(-4)+1)\cdot0{,}05\Rightarrow x_{4\delta}=-0{,}35m$

Άρα οι δύο δεσμοί απέχουν $\Delta x=|x_{3\delta}-x_{4\delta}|\Rightarrow\Delta x=0{,}60m$

13.5.53 $\omega=2\pi f=10\pi\ \frac{rad}{s}$, $v=\lambda f\Rightarrow v=2m/s$

Οι πηγές Π_1 και Π_2 είναι στις θέσεις $x_1=-0{,}3m$ και $x_2=+0{,}3m$ και αρχίζουν να ταλαντώνονται πριν των το σε χρόνο $Δt = \frac{|Δx|}{υ} = \frac{0,3}{2} = 0,15\,s$ δηλαδή την $t = -0,15\,s$



α) Η εξίσωση ταλάντωσης του O και για τα δύο κύματα (1) και (2) είναι $y_0 = 0,05ημ(10πt)$ και οι εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων (1) και (2) είναι
$y_1(x,t) = 0,05ημ(10πt - 5πx)$ και $y_2(x,t) = 0,05ημ(10πt + 5πx)$ (S.I.)

β) $y_{στ} = 0,10συν(5πx)ημ(10πt)$ (S.I)

γ) Το στάσιμο κύμα θα υπάρχει μόνο στην $Π_1Π_2$ διότι μόνο εκεί έχουμε αντιθέτως κινούμενα τρέχοντα κύματα. Ο χρόνος ολοκλήρωσης του στάσιμου κύματος είναι ίσα όσο χρόνο τα τρέχοντα κύματα (1) και (2) διατρέχουν τις αποστάσεις $ΟΠ_2$ και $ΟΠ_1$ αντίστοιχα δηλαδή $Δt = \frac{|Δx|}{υ} = \frac{0,3m}{2m/s}$ ή $Δt = 0,15\,s$ άρα το στάσιμο κύμα δημιουργείται πλήρως την $t = 0,15s$.

δ) $x_δ = (2κ+1)\frac{λ}{4} \Rightarrow x_δ = (2κ+1)\cdot 0,1$, $-0,3 \le x_δ \le +0,3$
... $-2 \le κ \le 1$, $κ = -2, -1, 0, 1$ άρα έχουμε 4 δεσμούς
$x_κ = κ\frac{λ}{2} = 0,2κ$, $-0,3 \le x_κ \le +0,3$ ... $-1,5 \le κ \le 1,5$, $κ = -1, 0, 1$
δηλαδή τρεις (3) κοιλίες

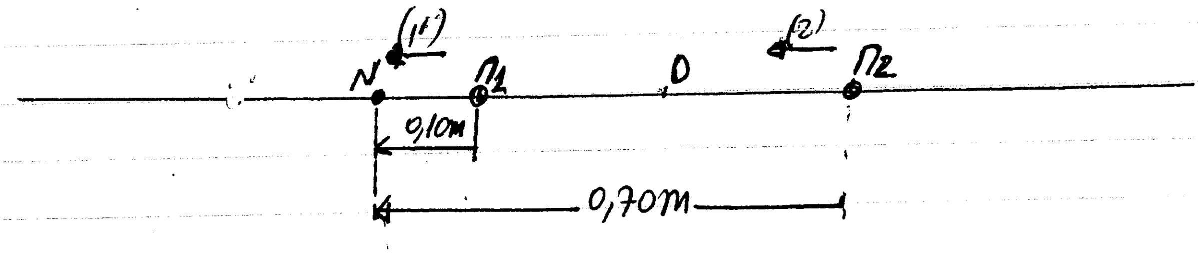
ε) Ταλάντωση του σημείου Μ. ($x_M = +0,2\,m$).
Το Μ δημιουργείται στην περιοχή που σχηματίζεται στάσιμο κύμα ($-0,3 \le x_M \le +0,3\,m$) άρα έχει εξίσωση $y_M = 0,10συν(5π\cdot 0,2)ημ(10πt) \Rightarrow$
$y_M = -0,10ημ(10πt)$ ή $y_M = 0,10ημ(10πt + π)$ (SI)

-. Ταλάντωση του σημείου Ν ($x_N = -0,4m$)

Το Ν βρίσκεται σε περιοχή που δεν δημιουργείται στάσιμο κύμα αλλά σε περιοχή που συμβάλλουν δύο ομόρροπα κύματα ... και συγκεκριμένος

• Το κύμα (2) που δημιουργείται από την πηγή $Π_2$ τη χρονική στιγμή $t' = -0,15s$ και διαδίδεται προς τα αριστερά

• Το κύμα (1') που δημιουργείται από την πηγή $Π_1$ τη χρονική στιγμή $t' = -0,15s$ και διαδίδεται προς τα αριστερά ... (βλέπε σχήμα)



Αν θεωρήσουμε ως έναρξη της ταλάντωσης των πηγών την $t=0$ το Ν από τις εξισώσεις της συμβολής θα έχει εξίσωση

$$y_N = 2A συν 2π\frac{r_1 - r_2}{2λ} ημ(ωt - 2π\frac{r_1+r_2}{2λ}) \Rightarrow$$

$$y_N = 0,10 συν\frac{2π\cdot(0,7-0,10)}{2\cdot 0,4} ημ(10πt - \frac{2π\cdot 0,8}{2\cdot 0,4}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_N = 0,10 συν 2π\, ημ(10πt - 2π) \Rightarrow y_N = 0 \quad \forall t$$

Άρα το Ν είναι συνεχώς ακίνητο.

και παραπέρα αν θεωρήσουμε κανονικά ως έναρξη ταλάντωσης την $t' = -0,15s$

$$y_{1π} = y_{2π} = 0,05 ημ ω(t-t') \Rightarrow y_{1π} = y_{2π} = 0,05 ημ(10πt + 1,5π)$$

$$y_{1N} = 0,05 ημ(10πt + 1,5π - \frac{2π\cdot 0,10}{0,4}) \Rightarrow y_{1N} = 0,05 ημ(10πt + π)$$

$$y_{2N} = 0,05 ημ(10πt + 1,5π - \frac{2π\cdot 0,70}{0,4}) \Rightarrow y_{2N} = 0,05 ημ(10πt - 2π)$$

$$y_N = y_{1N} + y_{2N} = \dots = 0$$

13.5.54. $\psi_1(x,t) = 0{,}05\eta\mu(2\pi t - 10\pi x)$

$A = 0{,}05\ m \quad \omega = 2\pi \Rightarrow f = 1Hz \;,\; \lambda = 0{,}2m \quad \upsilon = \lambda f$ ή $\upsilon = 0{,}2\ m/s$

α) $\psi_2(x,t) = 0{,}05\eta\mu(2\pi t + 10\pi x)$

β) $\psi_{\sigma\tau} = 0{,}10\sigma\upsilon\nu(10\pi x)\eta\mu(2\pi t)$

γ) $\psi_M = 0{,}10\sigma\upsilon\nu(10\pi\cdot\frac{1}{30})\eta\mu(2\pi t) \Rightarrow \psi_M = 0{,}05\eta\mu(2\pi t)$

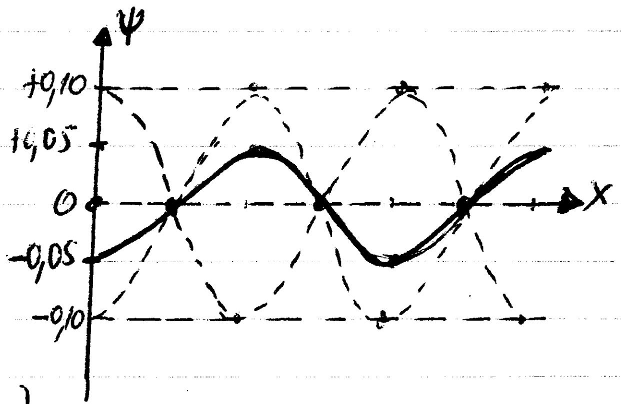
$\upsilon_M = 0{,}1\pi\sigma\upsilon\nu(2\pi t)$ ή $\upsilon_M = 0{,}314\sigma\upsilon\nu(2\pi t)$

$\alpha = -\omega^2\psi_M = -4\pi^2 \cdot 0{,}05\eta\mu(2\pi t) \Rightarrow \alpha = -2\cdot\eta\mu(2\pi t)$

δ) $\psi_{\sigma\tau} = 0{,}10\sigma\upsilon\nu(10\pi x)\eta\mu(2\pi t)$ εξίσωση του στιγμιότυπου κύματος την $t = \frac{35}{12}s$ ... $\psi_{\sigma\tau} = 0{,}10\sigma\upsilon\nu(10\pi x)\eta\mu(2\pi\frac{35}{12})$

$\Rightarrow \psi_{\sigma\tau} = 0{,}10\sigma\upsilon\nu(10\pi x)\eta\mu(6\pi - \frac{\pi}{6}) \Rightarrow \underline{\psi_{\sigma\tau} = -0{,}05\sigma\upsilon\nu(10\pi x)}$

Αυτό σημαίνει ότι η μορφή του στάσιμου κύματος εκείνη τη στιγμή είναι για αυτή συνημιτονοειδής συνάρτηση αντεστραμμένη που αρχίζει από τη θέση $(x=0, \psi=-0{,}05)$



13.5.55. α) $\psi_1 = 0{,}05\eta\mu(10\pi x - 2\pi t) = -0{,}05\eta\mu(2\pi t - 10\pi x)$

$\psi_2 = 0{,}05\eta\mu(2\pi t - 10\pi x)$

$\psi_{\sigma\tau} = \psi_1 + \psi_2 \Rightarrow \psi_{\sigma\tau} = 0{,}10\eta\mu(10\pi x)\sigma\upsilon\nu(2\pi t)$ (προσοχή!!)

$\left(\eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu\frac{A-B}{2}\sigma\upsilon\nu\frac{A+B}{2}\right)$

β) Πλάτος στασίμου κύματος $A' = |0{,}10\eta\mu(10\pi x)|$

Δεσμοί: $A' = 0 \Rightarrow |\eta\mu(10\pi x)| = 0 \Rightarrow 10\pi x = k\pi$

$\Rightarrow x_\delta = 0{,}1k$ (προσοχή $x_\delta = k\frac{\lambda}{2}$)

κοιλίες: $A'=0{,}10m \Rightarrow |0{,}10ημ(10πx)|=0{,}10 \Rightarrow$
$ημ(10πx)=\pm1 \Rightarrow 10πx=κπ+\frac{π}{2} \Rightarrow x=(2κ+1)0{,}05$

προσοχή $x_κ=(2κ+1)\frac{λ}{4}$.

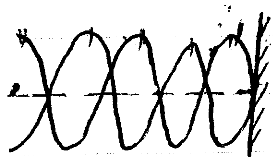
γ) $ψ_M=0{,}10ημ(10π\cdot0{,}45)συν(2πt) \Rightarrow ψ_M=0{,}10συν(2πt)$
$υ_M=-0{,}2π\,ημ(2πt) \Rightarrow υ_M=-0{,}628ημ(2πt) \xrightarrow{t=37/12\,s}$

$\Rightarrow υ_M=-0{,}628ημ(2π\frac{37}{12})$ ή $υ_M=-0{,}628ημ(6π+\frac{π}{6}) \Rightarrow υ_M=-0{,}314\,m/s$

13.5.56 $ψ_1=0{,}02ημ(20πt-10πx+π) \Rightarrow ψ_1=-0{,}02ημ(20πt-10πx)$
$ψ_2=0{,}02ημ(20πt+10πx)$
α) $ψ=ψ_1+ψ_2 \Rightarrow ψ=0{,}04ημ(10πx)συν(20πt)$ | $ημA-ημB=2ημ\frac{A-B}{2}συν\frac{A+B}{2}$

β) Δεσμοί: $A'=|0{,}04ημ(10πx)|=0 \Rightarrow 10πx=κπ \Rightarrow x=0{,}1κ$
κοιλίες: $A'=|0{,}04ημ(10πx)|=0{,}04 \Rightarrow ημ(10πx)=\pm1 \Rightarrow 10πx=κπ+\frac{π}{2}$
$\Rightarrow x=(2κ+1)0{,}05$
γ) $ψ_M=0{,}04ημ(10π\cdot0{,}25)συν(20πt) \Rightarrow ψ_M=0{,}04συν(20πt)$

13.5.57. α) $2A_κ=0{,}1m \Rightarrow A_κ=0{,}05m \Rightarrow 2A=0{,}05$ ή $A=25\cdot10^{-3}m$
$f=\frac{N}{t}=\frac{5}{1}=5Hz \Rightarrow ω=2πf \Rightarrow ω=10π\frac{rad}{s}$, $T=\frac{1}{f}=0{,}2s$
$λ/4=0{,}1 \Rightarrow λ=0{,}4m$



β) κοιλίες 5, δεσμοί 5
$x_5=(2κ+1)\frac{λ}{4} \xrightarrow{κ=4} l=9\frac{λ}{4}=9\cdot\frac{0{,}4}{4}$
$\Rightarrow l=0{,}9\,m$
γ) $ψ=0{,}05συν(5πx)ημ(10πt)$ (S.I.)
δ) Στο σημείο αυτό έχουμε κοιλία με $A_κ=0{,}05m$

$υ=\pm ω\sqrt{A_κ^2-ψ_κ^2}=\pm10π\sqrt{0{,}05^2-0{,}03^2} \Rightarrow υ=\pm0{,}4π=\pm1{,}256\,m/s$

13.5.58 α) $A=0{,}2m$ $λ=0{,}2m$ $υ=4\,m/s$
β) $x_{3σ}=0{,}25\,m$

13.5.59 α) $A=0{,}08m \quad \lambda=2m, \quad f=\frac{v}{\lambda}=50Hz \Rightarrow \omega=100\pi t$

β) $\psi_1(x,t)=0{,}08\eta\mu(100\pi t-\pi x)$ (SI)

γ) $D=m\omega^2=2\cdot10^{-3}kg(100\pi)^2(rad/s)^2 \Rightarrow D=200\,N/m$

$E=\frac{1}{2}DA^2=\frac{1}{2}200\cdot(8\cdot10^{-2})^2 \Rightarrow E=0{,}64J$

δ) $x_\delta=(2k+1)\frac{\lambda}{4}=(2\cdot10+1)\frac{\lambda}{4}=21\frac{\lambda}{4}=21\cdot\frac{2}{4}=10{,}5m$

14. Παραγωγή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων

14.3.1 Πρέπει $\frac{E_0}{B_0}=c=3\cdot10^8 m/s$ και η ταχύτητα διάδοσης $v=\lambda f$ να είναι $v=3\cdot10^8\frac{m}{s}=c$

1η παρατήρηση: και στις τρείς περιπτώσεις ισχύει $\frac{E_0}{B_0}=c=3\cdot10^8 m/s$

2η παρατήρηση:

1ο κύμα: $2\pi f=24\pi\cdot10^{10} \Rightarrow f=12\cdot10^{10}Hz$
$8\pi10^4x=\frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{1}{4}\cdot10^{-4}m$ } $v=\lambda f \Rightarrow v=3\cdot10^6 m/s \neq c$

2ο κύμα: $2\pi f=12\pi\cdot10^{10} \Rightarrow f=6\cdot10^{10}Hz$
$4\pi10^2x=\frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{1}{2}\cdot10^{-2}m$ } $v=\lambda f \Rightarrow v=3\cdot10^8 m/s=c$

3ο κύμα: $2\pi f=18\pi\cdot10^{10} \Rightarrow f=9\cdot10^{10}Hz$
$6\pi\cdot10^2x=\frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{1}{3}\cdot10^{-2}m$ } $v=\lambda f \Rightarrow v=3\cdot10^8 m/s=c$

Στο κύμα αυτό οι $E(x,t)$ και $B(x,t)$ δεν μπορούν οι είναι εξισώσεις του αυτού Η/Μ κύματος διότι δεν έχουν την ίδια φάση

<u>Άρα σωστή η (β).</u>

14.3.2 (1,ε)-(2-α)-(3-δ)-(4-β)-(5-γ)

14.3.3 (1-γ), (2-α), (3-δ), (4-β), (5-στ)

14.3.4. $\omega=24\pi\cdot10^{10} \Rightarrow f=12\cdot10^{10}Hz$
$8\pi\cdot10^4=\frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{1}{4}10^{-4}m$ } $v=\lambda f=3\cdot10^6 m/s \neq c$

Απάντηση: Όχι